

ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ - 12. 04.2014г.

1 клас

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор, който трябва да бъде ограден. 15 тестови задачи са разделени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки; от 4 до 6 - с по 3 точки; от 7 до 9 - с по 5 точки; от 10 до 12 - с по 7 точки и от 13 до 15 - с по 9 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

ИМЕ.....

УЧИЛИЩЕ.....

гр./с.....





1 зад. Допълнете редицата: 20, 19, _____, _____, 16, _____, _____, **а**, _____, _____, 10. На мястото на буквата **а**, стои числото:

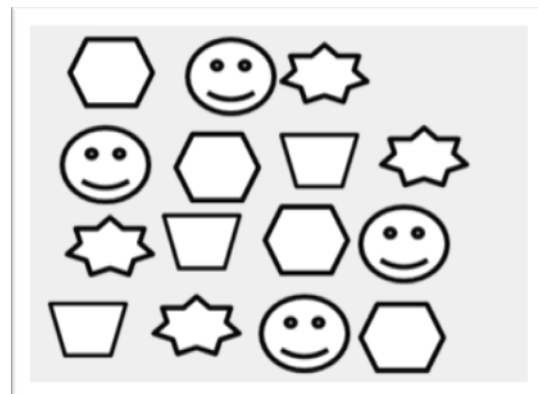
а) 12; б) 13; в) 14; г) 15 .

2 зад. Васко начертал отсечка с дължина 11 см, а Никол отсечка, която е с 3см по-къса от начертаната от Васко. Колко е дълга отсечката на Никол?

а) 10; б) 9; в) 8; г) 7

3 зад. Открийте коя е липсващата фигура:

а)  б)  в)  г) 



4 зад. Оградете вярно поставени знаци = , < или > в примерите. Колко на брой са те?

$19 - 7 = 6 + 5$

$6 + 6 = 7 + 5$

$17 - 5 < 4 + 8$

$20 - 5 > 8 + 4$

$12 - 3 > 3 + 6$

$12 - 7 < 11 - 6$

а) 5; б) 4; в) 3; г) 2 .

5 зад. Намери разликата на 12 и 5. Към полученото число прибави 4. Колко получи ?

а) 12; б) 11; в) 10; г) 9 .

6 зад. Имаме триъгълник със страни 4 см, 3 см и 2 см. Обиколката на триъгълник със страни по-големи с по 1 сантиметър от дадените е:

а) 12 см ; б) 13 см ; в) 14 см; г) 15 см.

7 зад. Липсващото число в табличката е:

а) 4; б) 2; в) 1; г) 0 .

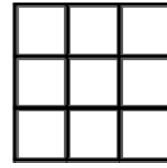
3	1	7
3	4	2
4	5	

8 зад. В коя от групите всичките разлики са равни на 8

- а) $12 - 4$, $11 - 4$ б) $12 - 4$, $11 - 3$ в) $12 - 4$, $11 - 3$ г) $12 - 4$, $11 - 2$
 $9 - 2$ $9 - 2$ $9 - 1$ $9 - 1$.

9 зад. За Великден Мила боядисала 6 червени, 2 жълти и с 2 повече от жълтите шарени яйца. Колко яйца е боядисала Мила?

- а) 10 б) 12 в) 14 г) 16



10 зад. Квадратите на чертежа са:

- а) 20 ; б) 18 ; в) 14 ; г) 12

11 зад. Две мандарини и един банан тежат колкото два портокала. Един банан тежи колкото три мандарини. Колко мандарини тежат колкото 4 портокала?

- а) 5 б) 10 в) 8 г) 6

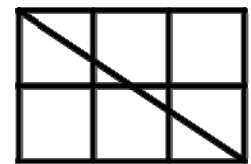
12 зад. Между дадените шест числа вляво от знака „=” поставете знаци за събиране и изваждане така, че да се получат верни равенства:

А 3 5 4 9 2 1 = 12

Б 6 7 4 5 2 10 = 12

Между цифрите 4 и 5 в А и Б стоят съответно:

- а) – и + ; б) – и – ; в) + и + ; г) + и – .



13 зад. Колко квадратчета и триъгълничета има на чертежа ?

- а) 8 квадратчета и 10 триъгълничета;
 б) 8 квадратчета и 8 триъгълничета;
 в) 8 квадратчета и 6 триъгълничета;
 г) 6 квадратчета и 6 триъгълничета

14 зад. Попълнете липсващите числа в квадратчетата така, че сборът на трите числа във всеки правоъгълник, съставен от три бели квадратчета, да е един и същ. На мястото на буквата **а** е числото..., а на буквата **в** – числото... и техният сбор е:

- а) 7 б) 6 в) 5 г) 4

7	2	3			3	8
			4			
6	2	а			в	4

15 зад. Мила си купила линия, тетрадка и химикал за 10 лв. Линията и химикала струват 5 лв, а линията и тетрадката 6 лв. Колко лева повече ще плати, ако купи две тетрадки и три линии?

- а) 3 б) 2 в) 1 г) 4

Отговори:

1б; 2в; 3б; 4г; 5б; 6а; 7в; 8в; 9б; 10в; 11б; 12б; 13а; 14г; 15а

СМБ – Секция “Изток”
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014 г.
2 клас

Времето за решаване е 90 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор от четири възможни. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разпределени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки; от 4 до 6 – с по 3; от 7 до 9 – с по 5; от 10 до 12 – с по 7 и от 13 до 15 – с по 9 точки.

Организаторите Ви пожелават успех ! Име.....Училище:.....

Зад. 1 Определете липсващите числа в редицата: 1, 4, 7, 10, __, __, 19

- а) 12, 14 б) 13, 15 в) 13, 16 г) друг отговор

Зад. 2 Пресметнете стойността на израза : $6 + 48:6 + (18:3) \cdot 2$ Тя е:

- а) 25 б) 26 в) 28 г) друг отговор

Зад. 3 Четири ягоди тежат колкото две ябълки. Пет ябълки тежат колкото:

- а) 10 ягоди б) 18 ягоди в) 20 ягоди г) друг отговор

Зад. 4 Сумата 81 лева е в банкноти от 10 лв, 5 лв и 2 лв. Банкнотите от 10 лв са четири , банкнотите от 5 лв са пет. Колко са банкнотите от 2 лв?

- а) 16 б) 14 в) 4 г) друг отговор

Зад. 5 Кое число трябва да се постави на мястото на звездичката, така че да е вярно равенството?

$$3 \text{ дм} + (\star \text{ см} + 1 \text{ дм}) = 10 \text{ дм} - 39 \text{ см}$$

- а) 19см б) 26см в) 21см г) друг отговор

Зад. 6 Сборът на числото 2 и още две числа е 12, а произведението на трите числа е 48. Кои са двете числа?

- а) 3,8 б) 2, 8 в) 4, 6 г) друг отговор

Зад. 7 В равенствата под всяка фигура е скрито число. Под Δ стои числото 2. Числото, скрито под \bigcirc , е:

$$\Delta \cdot \Delta = \square \quad \square \cdot \square : \Delta = \square \quad \bigcirc : \Delta = \square$$

- а) 4 б) 2 в) 8 г) друг отговор

Зад.8. Обиколката на триъгълник със страни 12 см, 16 см и 8 см е равна на обиколката на правоъгълник с дължина 11 см. Колко сантиметра е ширината на правоъгълника?

- а) 7 см б) 18 см в) 14 см г) друг отговор

Зад. 9. Сборът от годините на Иван, майка му и баща му е 71. Иван е на 7 години. Майка му е 4 пъти по-възрастна от него. С колко години бащата е по-голям от Иван?

- а) 29 б) 28 в) 8 г) друг отговор

Зад.10. Разликата на най-голямото четно двуцифрено число и най-малкото нечетно число с цифра на десетиците 7 , намалена три пъти, е:

- а) 24 б) 27 в) 9 г) друг отговор

Зад.11. В автобус има 51 пътници. На първата спирка слезли 43, а се качили 4 пъти повече от останалите . С колко пътници продължил автобусът?

- а) 32 б) 8 в) 40 г) друг отговор

Зад.12. Майка боядисала яйца, които разделила по равно на трите си деца. Първото дете изяло яйцата само, а всяко от другите две дало на двамата си родители по едно яйце, след което двете деца заедно имали 6 яйца. Колко яйца е боядисала майката?

- а) 5 б) 12 в) 10 г) друг отговор

Зад.13. Дължината на правоъгълник е 18 см и е с 5 см по-голяма от ширината. С колко сантиметра обиколката на равнобедрен триъгълник с основа 2 дм и бедро 17 см е по-малка от обиколката на правоъгълника?

- а) 8 см б) 8 дм в) 35 см г) друг отговор

Зад.14. Две мравки пренасяли трохички. Едната за три минути пренася 8 трохички, а другата за шест минути – 7 трохички. Колко трохички ще пренесат двете мравки за 12 минути?

- а) 32 б) 44 в) 12 г) друг отговор

Зад.15. Ива направила великденски сладки. Половината от тях дала на сестра си . От останалите дала по една на шестте си приятелки . Вечерта брат ѝ взел половината от останалите и останали само 2. Колко сладки е направила Ива?

- а) 10 б) 18 в) 20 г) друг отговор

Отговори 2 клас:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
в	б	а	Г 8	в	в	г 16	а	а	в	в	г 15	а	г 46	в

Отговори 3 клас:

задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>точки</i>	1	1	1	3	3	3	5	5	5
отговор	б	в	б	г – 226	а	в	а	г - 260	в

задача	10	11	12	13	14	15
<i>точки</i>	7	7	7	9	9	9
отговор	а	в	г – 21	б	а	г – 1

СМБ – Секция “Изток”
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014
 4 клас

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. “Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. 15 тестови задачи са разделени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки; от 4 до 6 - с по 3 точки; от 7 до 9 – с по 5 точки; от 10 до 12 – с по 7 точки и от 13 до 15 – с по 9 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име..... училище..... град/село

1 зад. Стойността на числовия израз: $(35-5.0):7$ е:

- а) 9 б) 5 в) 0 г) Друг отговор

2 зад. Най-голямото четирицифрено число е намалено със сбора на числата 399 и 600. Полученото число е:

- а) 8000 б) 9900 в) 9000 г) Друг отговор



3 зад. Намерете сбора от дължините на всички отсечки.

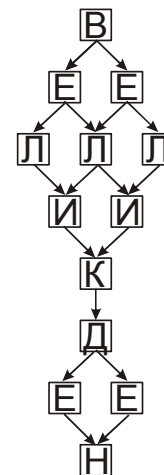
- а) 14 б) 12 в) 18 г) Друг отговор

4 зад. Неизвестното число от равенството: $7.x + 52 = 23.9 - 8$ е:

- а) 19 б) 24 в) 22 г) Друг отговор

5 зад. По колко начина може да се прочете ВЕЛИК ДЕН, започвайки отгоре надолу?

- а) 6 б) 8 в) 12 г) Друг отговор



6 зад. За ограждане на дворно място с форма на правоъгълник Лили използвала 56 метра телена мрежа. Ако дължината на дворното място е три пъти по-голяма от ширината му лицето му е:

- а) 392 б) 164 в) 147 г) Друг отговор

7 зад. Годините на Нина и двамата ѝ братя преди 3 години са били общо 11. Колко ще е сборът на годините им след 5 години?

- а) 19 б) 16 в) 26 г) Друг отговор

8 зад. Намерете дължината на бедрото на равнобедрен триъгълник с обиколка 42см, ако то е 3 пъти по-голямо от основата му.

- а) 18 см б) 6 см в) 7 см г) Друг отговор

9 зад. Наско е измислил нова операция $a \Omega b = 3.a + a.b$. Намерете стойността на израза $5 \Omega (2 \Omega 3)$.

- а) 33 б) 45 в) 75 г) Друг отговор

10 зад. В 10 часа и 17 минути Лили започнала да боядисва яйца, като за 6 минути боядисва 10 яйца. Колко яйца е боядисала без да спира Лили до 10 часа и 44 минути?

- а) 49 б) 44 в) 45 г) Друг отговор

11 зад. Няколко души пътуват с автобус. На първата спирка слизат 2 от пътниците и се качват 9 други. На втората спирка слизат още 14, а се качват 7. На третата спирка слизат половината и в автобуса останали 11 пътници. Колко са били пътниците в началото?

- а) 28 б) 18 в) 26 г) Друг отговор

12 зад. Петя купила топка, шах и федербал за 19 лева, а Нора купила топка и два шаха за 16 лева. Колко лева струват два федербала и една топка?

- а) 25 б) 20 в) 22 г) Друг отговор

13 зад. След числото 34 запишете произведението на цифрите му, а след него произведението на последните две цифри и т.н.. Определете 37 - мата цифра.

- а) 2 б) 4 в) 8 г) Друг отговор

14 зад. Кое е двуцифреното число, което се увеличава 7 пъти, ако между цифрите му се напише 0 ?

- а) 35 б) 17 в) 23 г) Друг отговор

15 зад. Двама ученици се движат по очертанията на правоъгълна спортна площадка с обиколка 36 м. Те тръгнали от едно и също място в противоположни посоки. Ако до срещата си са направили равен брой крачки и дължините на крачките им е съответно 48 см и 42 см, намерете разстоянието в сантиметри, което е изминал първия ученик (с крачка, равна на 48 см).

- а) 1680 б) 1920 в) 1900 г) Друг отговор

Отговори 4 клас

задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9
точки	1	1	1	3	3	3	5	5	5
отговор	б	в	а	г 21	в	в	г 35	а	в

задача	10	11	12	13	14	15
точки	7	7	7	9	9	9
отговор	в	г 22	в	а	г15	б

СМБ – Секция “Изток”
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014г.
5 клас

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. “Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. 15 тестови задачи са разделени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки; от 4 до 6 - с по 3 точки; от 7 до 9 – с по 5 точки; от 10 до 12 – с по 7 точки и от 13 до 15 – с по 9 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

1 зад. Стойността на израза $(3,81 \cdot 0,02 + 4,98 \cdot 3,81) : 5$ е равна на:

- а) 3,81 б) 2,5 в) 2 г) друг отговор.

2 зад. Тяло изминава през първата секунда от движението си 2 м, а през всяка следваща секунда с 0,3 м повече, отколкото през предишната. Колко метра ще измине тялото за бсек?

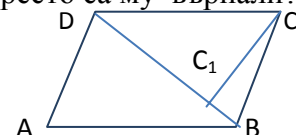
- А) 18,5 м б) 17,5 м в) 16,5 м г) друг отговор.

3 зад. Иван купил 2 кг 750 г домати по 0,80лв за килограм. Дал 10лв. Колко лева ресто са му върнали?

- а) 8,06лв б) 8,16лв в) 8,17лв г) друг отговор.

4 зад. Да се намери разстоянието от върха С до диагонала BD = 5 см на успоредника ABCD със страна 4,8 см и височината към нея 2,5 см.

- а) 2 см б) 2,4 см в) 3 см г) друг отговор.



5 зад. Най-малкото естествено число, което се дели на 11, но при деление на 2, 3, 4 и 5 дава остатък 1 е:

- а) 131 б) 121 в) 61 г) друг отговор.

6 зад. Равностранен триъгълник и квадрат имат равни обиколки. Страната на триъгълника е 15,6 см. Лицето на квадрата е:

- а) 100 cm^2 б) $25,26 \text{ cm}^2$ в) $75,3 \text{ cm}^2$ г) друг отговор.

7 зад. Разстоянието между Видин и Русе е 356 км. Едновременно от двете пристанища тръгват един срещу друг два парахода, които се движат с една и съща скорост в спокойни води - 48км/ч. Какво ще бъде разстоянието между тях след 1 час и 30 минути, ако скоростта на течението на реката е 4км/ч?

- а) 212 км б) 260 км в) 206 км г) друг отговор.

8 зад. На кое просто двуцифрено число се дели сборът $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 200$?

- а) 76 б) 23 в) 67 г) друг отговор.

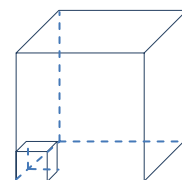
$$\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

9 зад. На мястото на всяка от „звездичките“ в записа на дробта $\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2}$ запишете по една цифра, така че да се получи дроб с числител, кратен на 4 и знаменател, който се дели на 3. Колко от получените дроби са правилни?

- а) 11 б) 13 в) 10 г) друг отговор.

10 зад. От всеки връх на метален куб с ръб 8дм са отрязани по показания начин кубчета с ръб 2дм. Колко е обема на полученото тяло?

- а) 500 dm^3 б) 480 dm^3
 в) 448 dm^3 г) друг отговор.



11 зад. В едно училище доставили 72 бр. маси и чинове, за които заплатили общо 1720 лв. Един чин струва 25лв, а цената на една маса е с 2лв по-малка от цената на чина. Колко лева са заплатили за масите?

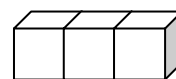
- а) 1000лв б) 800лв в) 840лв г) друг отговор.

12 зад. На колко е равен израза $A = (b : 3,64 + x) \cdot 0,5$, където x е неизвестното число от равенството $3,21 = x + (6,5 - 5,29)$, а $b = 3,54 \cdot 73 + 0,23 \cdot 25 + 3,54 \cdot 27 + 0,17 \cdot 25$?

- а) 51 б) 55 в) 75 г) друг отговор.

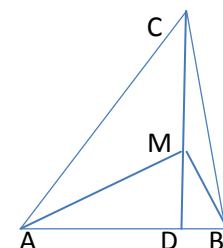
13 зад. Правилен паралелепипед е получен чрез залепване на три еднакви кубчета. Лицето на повърхнината му е 224 cm^2 . Намерете обема на паралелепипеда.

- а) 640 cm^3 б) 192 cm^3
 в) 16 cm^3 г) друг отговор.



14 зад. В остроъгълния триъгълник $\triangle ABC$, CD е височина. Точката М е от височината CD. Ако $CM = 6 \text{ cm}$ и $AB = 9 \text{ cm}$, то $S_{\triangle AMC} + S_{\triangle BMC}$ е:

- а) 100 cm^2 б) 25 cm^2 в) 27 cm^2 г) друг отговор.



15 зад. Чаша кока коле, 3 сандвича и 7 вафли струват 12,7 лв., 1 чаша кола, 4 сандвича и 10 вафли струват 16,6 лв. Колко струва 1 чаша кола, 1 сандвич и 1 вафла?

- а) 5,60лв б) 4,90лв в) 5,40лв г) друг отговор.

Отговори 6 клас:

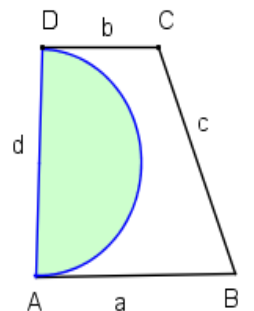
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
а	в	г 7,80	б	б	г 136,89	а	в	г 12	в	г 920	а	б	в	б

СМБ – Секция “Изток”
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014.
6 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор от четири възможни. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разпределени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки; от 4 до 6 – с по 3; от 7 до 9 – с по 5; от 10 до 12 – с по 7 и от 13 до 15 – с по 9 точки. Организаторите Ви пожелават успех ! Име:..... Училище:.....

1. Стойността на израза $24-2.5-24$: 6 е:
 а) 12 б) -16 в) 10 г) друг отговор
2. Страната на правилен петогълник е 5,6 см, а апотемата му е 5 см. Лицето му в кв. см е:
 а) 70 кв. см б) 140 кв. см в) 28 кв. см г) друг отговор
3. Ако $x : (-0,4) = -0,6 + 0,4$, то x е:
 а) -0,6 б) 0,08 в) -0,08 г) друг отговор
4. В декартова координатна система Oxy (м.ед. = 1 см.) са дадени точките $A(-2;0)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 3)$.
 Лицето на $\triangle ABC$ е:
 а) 10 cm^2 б) 25 cm^2 в) 5 cm^2 г) друг отговор
5. Ако точките A и B са съответно образи на противоположното и реципрочното число на числото -8 върху числовата ос, то средата M на получената отсечката AB е образ на числото:
 а) $-3\frac{15}{16}$ б) $-4\frac{1}{16}$ в) $4\frac{1}{16}$ г) друг отговор
6. Числената стойност на израза $P = 1,4 - 0,4 \cdot [-1,4 - (-3,6 : 0,6 + 1,4)]$ е:
 а) 0,12 б) 3,2 в) 6 г) друг отговор
7. Във футболен мач победителят получава 3 точки, загубилият 0 точки, а в случай на равен мач двата отбора получават по 1 точка. Любимият ми отбор има 59 точки, след като е изиграл 26 мача, като равните му мачове са с два повече от загубите. Колко пъти е победител любимия ми отбор ?
 а) 16 б) 18 в) 17 г) друг отговор
8. Числото x , което удовлетворява равенството $\left(1,5 + \frac{2}{3}(3x - 2)\right) \cdot 1,25^{-1} = 2$ е:
 а) $\frac{7}{6}$ б) $\frac{6}{7}$ в) 1 г) друг отговор
9. Числото 6 е средноаритметично на числата 9,8; -2,4; 8,1; 6,7 и на още едно число, което е:
 а) 22,2 б) 3 в) -7,8 г) друг отговор
10. Правоъгълен трапец има обиколка $P = 52\text{ cm}$, а лицето на оцветената част (полукръг с с диаметър AD) е 8π . Обиколката на неочетената фигура е:
 а) $52 + 4\pi\text{ cm}$ б) $44 + 4\pi\text{ cm}$ в) $44 + 8\pi\text{ cm}$ г) друг отговор
11. Върху права линия в някакъв ред са отбелязани точките A , B , C и D . Известно е, че $AB = 13\text{ cm}$, $BC = 11\text{ cm}$, $CD = 14\text{ cm}$ и $DA = 12\text{ cm}$. Разстоянието между двете най-отдалечени една от друга точки е:
 а) 14 см б) 38 см в) 25 см г) друг отговор
12. Ани трябвало да събере две трицифрени естествени числа. Антон дописал нула след едно от числата и така Ани получила сбор 2014 вместо 682. Разликата на първоначалните числа е:
 а) 946 б) 1332 в) 148 г) друг отговор
13. Петър преплувал по течението на река Искър 1200 метра за 20 мин. Ако плува срещу течението на реката, той ще остане неподвижен спрямо брега. За колко минути изпусната във водата водна топка ще измине 1,5 км
 а) 75 мин б) 72 мин в) 50 мин г) друг отговор
14. Правилната n -ъгълна пирамида има сбор 19 от броя на върховете и ръбовете, вместимост 0.336 литра, височина $h = 80\text{ mm}$ и апотема на пирамидата $k = 1\text{ dm}$. Ако лицето на повърхнината и е 336 кв.см, то дължината на апотемата на основата в см. е:
 а) 6 см б) 7 см в) 42 см г) друг отговор
15. Цената на входен билет за Великденски концерт е била 18 лв. Цената била намалена, след което броят на зрителите се увеличил с 50%, а получената сума се увеличила с 25%. Колко лева е струвал билета след намалението?
 а) 9 лв. б) 9,60 лв. в) 13,50 лв. г) друг отговор



**ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014г.
ОТГОВОРИ - 6клас**

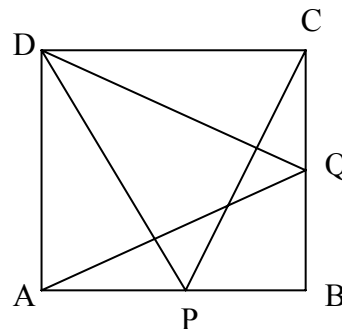
Отговори: 1в; 2а; 3б; 4в; 5г($3\frac{15}{16}$); 6а; 7б; 8а; 9г(7,8); 10б; 11в; 12г(386) ; 13в; 14а; 15г-15

8. Диагоналът на даден квадрат е страна на друг квадрат. Отношението на лицето на големия квадрат към лицето на малкия квадрат е равно на:

- а) 2:1 б) 3:1 в) 4:1 г) 3:2.

9. В квадрата ABCD точките P и Q са среди съответно на AB и BC. Кое от твърденията НЕ е вярно?

- а) $\triangle APD \cong \triangle CQD$ б) $\triangle APD \cong \triangle BQA$
 в) $\triangle DPC \cong \triangle AQC$ г) $\triangle DBA \cong \triangle QDA$.



10. Една тръба сама може да напълни басейн за **A** часа, а друга – за **B** часа. За колко часа двете тръби могат да напълнят басейна, ако текат едновременно?

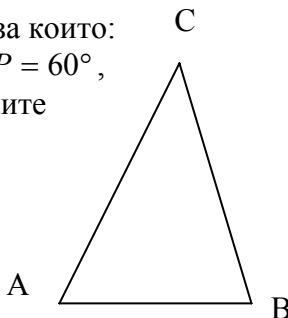
- а) $\frac{1}{AB}$ б) $\frac{A \cdot B}{A + B}$ в) $\frac{A + B}{AB}$ г) A.B.

11. Пресметнете стойността на израза $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 + \dots - 2011 + 2012 - 2013 + 2014$.

- а) 2014 б) -2014 в) 1007 г) -1007.

12. На чертежа са дадени $\triangle ABC$ и $\triangle MNP$, за които:
 $AB=5$ см, $AC=MN=8$ см, $\angle BAC = \angle MNP = 60^\circ$,
 $\angle ACB = 40^\circ$, $\angle MPN = 80^\circ$. Кое от следните твърдения е вярно?

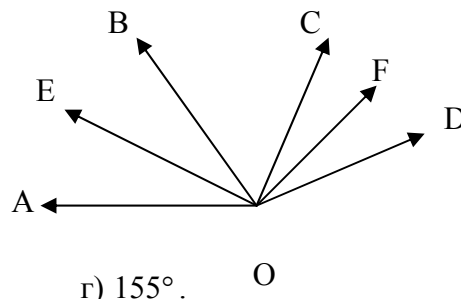
- а) $MP = 5$ см б) $NP = 5$ см
 в) $MN = MP$ г) $\angle NMP = \angle ABC$



13. M и N са едночлени, за които $M - 15x^4y^6 = N(2x - 3y^2)$ е тъждество. Едночленът M може да е равен на:

- а) $10x^5y^3$ б) $15x^5y^3$ в) $10x^5y^4$ г) $10x^3y^4$

14. На чертежа $\angle BOC = 50^\circ$, $\angle EOF = 110^\circ$, лъчът OE е ъглополовяща на $\angle AOB$ и лъчът OF е ъглополовяща на $\angle COD$. Намерете големината на $\angle AOD$.



- а) 180° б) 110° в) 170° г) 155° .

15. Един ученик постигнал на първите три теста по математика съответно 56 точки, 48 точки и 53 точки. Най-малко колко точки трябва да постигне ученикът на четвъртия тест, така че средното му постижение (средното аритметично) от четирите теста да е най-малко 52 точки?

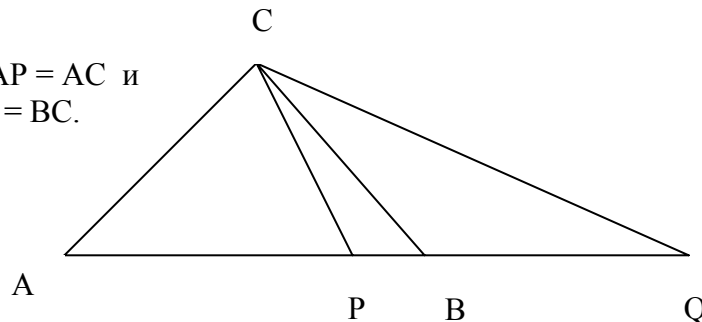
- а) 47 б) 48 в) 51 г) 53.

16. Да се намери ъгъла между часовата и минутната стрелка в 6 часа и 24 минути.

- а) 54° б) 34° в) 62° г) 48° .

17. Дължината на страната на квадрат е цяло число. Квадратът е разрязан на 16 квадрата, 15 от които имат лице, равно на 1 кв.см, а един има лице, различно от 1 кв.см. Намерете лицето на последния квадрат.

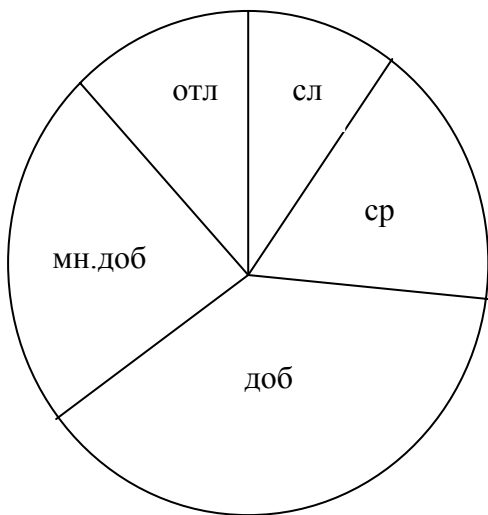
18. В триъгълника ABC(на чертежа) $P \in AB$, $AP = AC$ и $\angle ACB = 78^\circ$. Нека точка $Q \in AB$ (права) и $BQ = BC$.
Да се намери градусната мярка на $\angle PCQ$.



19. Дадени са многочлените $A = x^3 - 11 + (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ и $B = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$.
Да се разложи на прости множители многочлена $C = A + B$.

20. В равностранен триъгълник ABC с основа AB са прекарани медианите AM и BN. Ако $P_{\triangle ABC} = 70$ см, а периметърът на $\triangle ANB$ е с 10 см по-голям от периметъра на $\triangle ACM$, намерете дължините на страните на $\triangle ABC$.

21. В едно училище на състезание по математика се явили 240 ученика. Броят на учениците от четвърти, пети, шести и седми клас се отнасят съответно както 3:4:5:4.
На кръговата диаграма е показано разпределението на оценките на учениците от 7 клас.



Легенда: на оценка слаб отговарят 36° , на оценка среден – 54° , на оценка добър – 126° , на оценка мн.добър – 90° и на оценка отличен – 54° .

- Намерете: а) колко ученици от 7 клас са участвали?
б) колко ученици са получили отлична оценка?
в) какъв % от учениците са получили оценка, не по-малко от добър?

22. Майстор Сръчко направил до едната стена на къщата си навес с форма на правоъгълник с дължина 10 м(по къщата) и ширина 2 м. Наклонът на навеса към къщата е 60° , а краят му е закрепен на колони с височина 2 м.

Използвани са ламаринени листове с дължина 2 м и ширина 1 м. При закрепването на всеки следващ лист се прекриват 10 см от предходния.

- а) на каква височина от земята трябва да се закрепят навесът за къщата?
б) колко ламаринени листа са необходими за изработването на навеса?
в) колко литра боя са необходими за боядисването на навеса, ако на всеки 4 кв.м. се изразходва 1 литър боя?
23. Дадени са многочлените $A = (y - 1)^3 - (3y - 1)(3y + 1) - y^2(y - 28)$ и $B = 16y^2 - 8y + 9x^2 + 6x - 24xy$.
а) да се опрости многочленът A;
б) да се разложи на множители многочленът B.
в) да се реши уравнението $A = B$ при $x = -1$;
24. Даден е $\triangle ABC$, на който ъглополовящата на $\angle BAC$ пресича страната BC в точка M.
а) нека $AM = 5$ см, $\angle ACB = 90^\circ$ и AM пресича BC под ъгъл, равен на един от ъглите на триъгълника. Да се намерят острите ъгли на триъгълника и височината на триъгълника през върха C;
б) нека AC е най-голямата страна на триъгълника и $P \in AC$, така че $\angle PMC = \angle BAC$.
Да се докаже, че $PM = MB$.

О т г о в о р и

Име.....Училище.....град.....

Зад.№	отг.	отг.	отг.	отг.
1				Г
2		б		
3		б		
4		б		

Брой верни отговори 4 x 1 точка = 4 точки

Зад.№	отг.	отг.	отг.	отг.
5			В	
6				Г
7	а			
8	а			
9				Г
10		б		

Брой верни отговори 6 x 2 точки = 12 точки

11			В	
12		б		
13			В	
14			В	
15			В	
16				Г

Брой верни отговори 6 x 3 точки = 18 точки

Зад.№	Резултат	точки
17	49 кв.см	5
18	39°	5
19	$x(x-3)(2x+3)$	5
20	30;20;20	5
21	а)60 б)9 в)75%	8
22	а) 3 м б)10 листа в) 5 л.	8

Зад.№	точки
23	15
24	15

Общ брой точки	100
----------------	-----

Проверил:.....

ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014

7 клас - решения

21 зад. а) $B_4 : B_5 : B_6 : B_7 = 3 : 4 : 5 : 4$

$$B_4 + B_5 + B_6 + B_7 = 240$$

$$B_4 = 3x \quad B_5 = 4x \quad B_6 = 5x \quad B_7 = 4x$$

$$33x + 4x + 5x + 4x = 16x \quad 16x = 240 \quad x = 15 \quad B_7 = 60.$$

б) от кръговата диаграма на оценка “отличен” отговаря $54^\circ \Rightarrow \frac{54^\circ}{360^\circ} \cdot 60 = 9$

Отлична оценка са получили 9 ученика.

в) учениците, получили оценка, не по-малко от добър са тези, получили оценка “отличен”, “много добър” и “добър”. На броят на тези ученици отговаря $54^\circ + 90^\circ + 126^\circ = 270^\circ$ и следователно

$$\frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot 60 = 45 \quad \frac{45}{60} \cdot 100 = 75 \text{ т.е. на условието отговарят } 75\% \text{ от учениците от } 7 \text{ клас.}$$

Отговор: а) 60 - 3 т; б) 9 - 2 т.; в) 75% - 3 т.

22 зад.

а) $AD = BC = 2 \text{ м} \quad MC = 2 \text{ см}$

ABCD = квадрат

$\triangle DCM$ – правоъг. ($\angle D = 90^\circ$)

$$\angle CMD = 60^\circ \Rightarrow \angle DCM = 30^\circ$$

$$\Rightarrow DM = \frac{1}{2} MC = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 \text{ м}$$

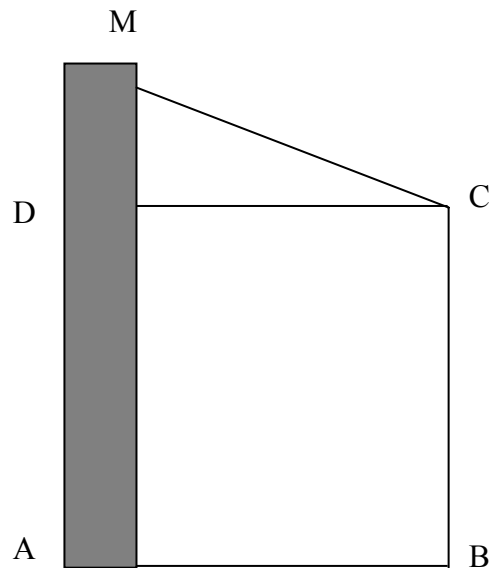
$$AM = 2 + 1 = 3 \text{ м}$$

б) при застъпване на 11 ламарин.листа се губи $10 \cdot 10 \text{ см} = 100 \text{ см} = 1 \text{ м}$

Следователно са необходими 11 листа.

в) площта на навеса е $10 \cdot 2 = 20 \text{ кв.м}$

$$20 : 4 = 5 \text{ литра боя}$$



Отговор: а) 3 м – 3 т; б) 10 листа – 3 т; в) 5 литра – 2 т

Задача 23

а) $A = y^3 - 3y^2 + 3y - 1 - 9y^2 + 1 - y^3 + 28y^2 = 16y^2 + 3y$ 3 т

б) $B = (16y^2 - 24y + 9x^2) - (8y - 6x) =$
 $= (4y - 3x)^2 - 2(4y - 3x) =$
 $= (4y - 3x)(4y - 3x - 2)$ 5 т

в) при $x = -1$

$B = (4y + 3)(4y + 3 - 2) = (4y + 3)(4y + 1) =$
 $= 16y^2 + 12y + 4y + 3 = 16y^2 + 16y + 3$ 3 т

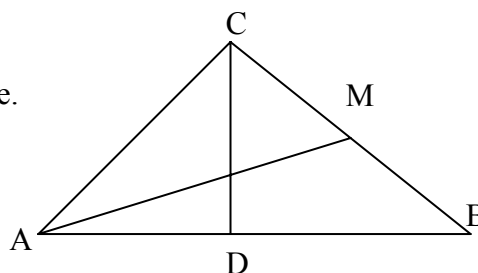
$A = B$

$16y^2 + 3y = 16y^2 + 16y + 3$

$13y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{13}$ 4 т

Задача 24

а) $\angle ACM = 90^\circ \Rightarrow \angle AMC < 90^\circ$ и $\angle AMB > 90^\circ$
 $\angle AMC$ - външен за $\triangle ABM \Rightarrow \angle AMC \neq \angle ABC$ т.е.
 $\angle AMC = \angle BAC$ нека $\angle AMC = \angle BAC = 2\alpha$
 $\Rightarrow \angle CAM = \angle MAB = \alpha$
 $\triangle AMC$ $\alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
 $\angle BAC = 60^\circ$ $\angle ABC = 30^\circ$ **5 точки**



$\triangle AMC$ $\angle MAC = 30^\circ \Rightarrow MC = \frac{1}{2} \cdot AM = 2,5$ см

$\triangle ABM$ е равнобедрен ($\angle MAB = \angle ABM = 30^\circ$)
 $\Rightarrow AM = BM = 5$ см $\Rightarrow BC = 5 + 2,5 = 7,5$ см

$\triangle BDC$ - правоъгълен $\angle ABC = 30^\circ \Rightarrow CD = \frac{1}{2} BC = 3,75$ см **5 точки**

б)

$P \in AC$ така че $\angle PMC = \angle BAC$

$\triangle ABC$ $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

$\triangle PMC$ $\angle PMC + \angle MPC + \angle ACB = 180^\circ$

от двете равенства $\Rightarrow \angle MPC = \angle ABC$

Нека $MN \perp AC$ и $MD \perp AB$. Тогава $MN = MD$ като разстояния от точка на ъглополовяща до раменете на $\angle BAC$.

За триъгълниците MPN и MBD имаме

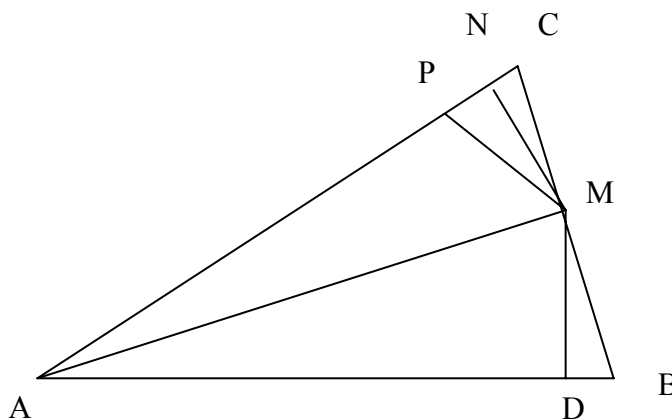
$MN = MD$

$\angle MPC = \angle ABC$

$\angle MNP = \angle MDB = 90^\circ$

Следователно $\triangle MPN \cong \triangle MBD \Rightarrow MP = MB$

5 точки.



СМБ – Секция „ИЗТОК”
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014 г.
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. „Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. 15 тестови задачи са разделени на групи по трудности: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки; от 4 до 6 – с по 3 точки; от 7 до 9 – с по 5 точки; от 10 до 12 се оценяват с по 7 точки; от 13 до 15 – с по 9 точки. Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1 зад. Корените на квадратното уравнение $2x^2 - 2x - 84 = 0$ са :

- а) -2 и 3 б) -6 и 7 в) 6 и 7 г) друг отговор

2 зад. Стойността на кой от изразите е положително число?

- а) $-2^2\sqrt{(-7)^2}$ б) $(2-\sqrt{7})(2+\sqrt{7})$ в) $\sqrt{(-\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$ г) $5-\sqrt{6^2}$

3 зад. Решенията на системата $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x-y=2 \end{cases}$ са:

- а) (2;-2) б) (-2;-6) в) (-2;6) г) друг отговор

4 зад. Кое от следните твърдения е вярното?

- а) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = 3-2$; б) $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2} = 9\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}$; в) $\sqrt{\left(2-\frac{17}{8}\right)^2} = 2-\frac{17}{8}$; г) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{3})\sqrt{3} = -\sqrt{3}\sqrt{3}$

5 зад. Даден е правоъгълен трапец $ABCD$ ($\angle ABC = 90^\circ$), $AB > DC$ и $BC = \frac{1}{2}DC$. Ако диагоналът AC е ъглополовяща на $\angle BAD$, големината на $\angle ACB$ е:

- а) 45° б) 60° в) 75° г) друг отговор

6 зад. Кои от уравненията **НЕ** са еквивалентни?

- а) $3x^2 = 9$ и $x^2 - \sqrt{3} = 0$; б) $x^2 + 4 = 0$ и $8x^2 = x^2 - 8$; в) $(2x-1)^2 - 1 = 0$ и $2x^2 - 2x = 0$; г) $16x^2 = 9$ и $9 - (-4x)^2 = 0$

7 зад. Даден е равнобедреният трапец $ABCD$ с основи $AB = 7\text{см}$ и $CD = 2\text{см}$. През точка C е построен векторът $\overline{CM} = \overline{DB}$. Намерете периметъра на $\triangle AMC$, ако $AC = 5\text{см}$.

- а) 19 см б) 17 см в) 15 см г) друг отговор

8 зад. Решение на неравенството $5 - |x-4| \geq 3$ е:

- а) $x \in (2; 6)$ б) $x \in \emptyset$ в) $x \in (-\infty; +\infty)$ г) друг отговор

9 зад. Ако към произведението на едно положително число с четвъртинката му прибавим два пъти по-голямо число, ще получим 60. Кое е числото?

- а) 4 б) 12 в) 8 г) друг отговор

10 зад. В ромба $ABCD$ $\angle BAD = 60^\circ$. Височината му DH ($H \in AB$) и диагоналът AC се пресичат в точка M . Намерете дължината на AC , ако $AM = 3\text{см}$.

- а) 6 см б) 12 см в) 9 см г) друг отговор

11 зад. При каква стойност на параметъра p уравнението $x^2 + 2x + 1 = px$ има едно решение :

- а) 0 б) -1 в) 2 г) друг отговор

12 зад. Дадена е функцията $y = kx + n$, където k и n са параметри. Намерете k и n , ако графиката на функцията минава през точката $A(2; -1)$ и е успоредна на $g(x) = -2x + 1$:

- а) -2 и -5 б) 2 и -1 в) -2 и 3 г) друг отговор

13 зад. Стойността на израза $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$ е:

- а) $3\sqrt{2} + 5$ б) $5\sqrt{2} + 3$ в) $\sqrt{2} + 3$ г) друг отговор

14 зад. Сборът на едно трицифрено число с цифра на десетиците нула и числото записано със същите цифри, но в обратен ред, е 808. Разликата на тези числа е 396. Кое е числото?

- а) 105 б) 206 в) 306 г) друг отговор

15 зад. Даден е $\triangle ABC$, точките M, N, P и Q са среди съответно на отсечките AO, BO, BC и CA , където O е произволна вътрешна точка за триъгълника и дължината на AB е с 2см по-голяма от CO . Ако периметърът на $MNPQ$ е 20см, то дължината на AB е равна на :

- а) 6 см б) 9 см в) 11 см г) друг отговор

Отговори 8 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	в	б	г	в	а	а	г $x \in [2; 6]$	б	в	г 0 и 4	в	а	г 602 или 206	в

Сиракови - Ботевград

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. „Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разделени на групи по трудности: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точка, от 4 до 6 - с по 3 точки, от 7 до 9 – по 5 точки, от 10 до 12 – по 7 точки и от 13 до 15 - с по 9 точки. Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

- 1.** За корените $x_1 < x_2$ на уравнението $2x^2 - 3x - 1 = 0$ е изпълнено:

а) $x_1 > 1$;	б) $x_2 < 1$	в) $1 \in (x_1; x_2)$;	г) друг отговор.
----------------	--------------	-------------------------	------------------
 - 2.** Стойностите на m , за които изразът $\frac{m^2 - 3m}{m + 5} : \frac{m - 3}{m + 4}$ има смисъл са:

а) $m \neq -5; -4$;	б) $m \neq -5; -4; 0$;	в) $m \neq -5; -4; 3$	г) $m \neq -5; -4; 0; 3$.
----------------------	-------------------------	-----------------------	----------------------------
 - 3.** Корените на уравнението $\sqrt{x + 5} = 1 - x$ са:

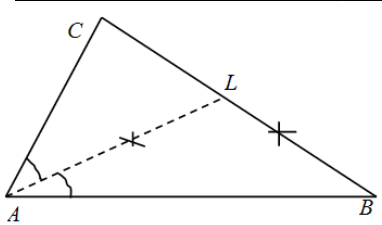
а) -1 ;	б) -1 и 4 ;	в) 4 ;	г) друг отговор.
-----------	-----------------	----------	------------------
 - 4.** Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $3x^2 + x - 3 = 0$, то стойността на $x_1(x_2 - 3) - 3x_2$ е равна на:

а) $-\frac{2}{3}$;	б) $-\frac{1}{3}$;	в) -2 ;	г) друг отговор.
---------------------	---------------------	-----------	------------------
 - 5.** Триъгълник е вписан в окръжност, като върховете му я делят в отношение $5:3:1$. Най-малкият ъгъл на триъгълника е равен на:

а) 20° ;	б) 40° ;	в) 60° ;	г) друг отговор.
-----------------	-----------------	-----------------	------------------
 - 6.** Разликата на две положителни числа е 15, а разликата на квадратите им е 1845. Сборът на числата е:

а) 54 ;	б) 69 ;	в) 123 ;	г) друг отговор.
---------	---------	----------	------------------
 - 7.** Равнобедрен трапец с периметър 16 е описан около окръжност. Диагоналите са перпендикулярни и се пресичат в точка M . Разстоянието от M до средата на бедро е равно на:

а) 4 ;	б) 5 ;	в) 6 ;	г) друг отговор.
--------	--------	--------	------------------
 - 8.** Броят на решенията на уравнението $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2$ е равен на:

а) 0 ;	б) 1 ;	в) 2 ;	г) друг отговор.
--------	--------	--------	------------------
- Следващите две задачи (зад. 9 и зад. 10) са свързани с чертежа и условието:**
- 

В $\triangle ABC$ отсечка AL е ъглополовяща, а $\triangle ALB$ е равнобедрен.
- 9.** Коя от посочените двойки триъгълници са подобни?

а) $\triangle LAC$ и $\triangle ABL$;	б) $\triangle ABC$ и $\triangle ABL$;
в) $\triangle LAC$ и $\triangle ABC$;	г) няма подобни триъгълници.
 - 10.** Ако $AC = 6$ и $AB = 12$, то дължината на AL е:

а) 3 ;	б) $2\sqrt{3}$;	в) $4\sqrt{3}$;	г) друг отговор .
--------	------------------	------------------	-------------------
- 11.** Стойностите на параметъра k , за които уравненията $x^2 + 2x - k = 0$ и $x^2 + 6x + 3k = 0$ имат общ корен са:

а) -3 ;	б) 0 ;	в) 3 ;	г) друг отговор.
-----------	--------	--------	------------------
 - 12.** В равнобедрен $\triangle ABC$ ъглополовящата AL разделя бедрото BC на отсечки $CL = 8$ и $BL = 4$. Основата AB е равна на:

а) 4 ;	б) 6 ;	в) 8 ;	г) друг отговор.
--------	--------	--------	------------------
 - 13.** Една от страните на правоъгълен триъгълник е средно аритметично на другите две. Обиколката на триъгълника е 36. Хипотенузата е равна на:

а) 5	б) 8	в) 10	г) друг отговор.
------	------	-------	------------------
 - 14.** Един от катетите на правоъгълен триъгълник е 6, а ортогоналната проекция на другия катет върху хипотенузата е 6,4. Радиусът на вписаната окръжност в триъгълника е равен на:

а) 2 ;	б) 3,6 ;	в) 4 ;	г) друг отговор.
--------	----------	--------	------------------
 - 15.** За кои стойности на параметъра m уравнението $x^2 - 2|x| - m^2 + 4m - 3 = 0$, има точно четири реални и различни корена?

а) $m < 1$;	б) $m > 3$;	в) $m \in (1; 2) \cup (2; 3)$;	г) $m \neq 2$.
--------------	--------------	---------------------------------	-----------------

Отговори 9 клас:

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>
В	В	А	Г 0	А	В	Г 2	В	В	В	Г 0 и 3	Б	Г 15	А	В

nakkoff@abv.bg

Секция "Изток" – СМБ
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014 г.
10 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. „Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разделени на групи по трудности: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки, от 4 до 6 - с по 3 точки, от 7 до 9 - с по 5 точки, от 10 до 12 - с по 7 точки и от 13 до 15 - с по 9 точки. Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1. Зад. Стойността на израза $(2 - \sqrt{2})^3$ е:

- а) $6 - 4\sqrt{2}$ б) $8 - 2\sqrt{2}$ в) $20 - 14\sqrt{2}$ г) друг отговор

2. зад. Ако $x = \log_3 1$, $y = \log_{0,3} 0,09$ и $z = \log_2 2$, то:

- А) $x < y < z$ б) $x < z < y$ в) $y < x < z$ г) друг отговор

3. зад. Ако $\cot g\alpha = 0,2$, то $tg(180^\circ - \alpha)$ е:

- а) 5 б) -5 в) -0,2 г) друг отговор

4. зад. Стойността на израза $\frac{2^0 \sqrt{2} \cdot 4^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[4]{8}}$ е:

- а) $\sqrt{2}$ б) $\sqrt[4]{2}$ в) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ г) друг отговор

5. зад. Решенията на неравенството $\frac{(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 4)}{x^2 + 1} \leq 0$ са:

- а) $x \in [-2; 1]$ б) $x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ в) $x \in [-2; -1] \cup [1; +\infty)$ г) друг отговор

6. зад. Ако $tg\alpha = -\frac{8}{15}$ за $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$, то $\cos(180^\circ - \alpha)$ е:

- А) $-\frac{15}{17}$ б) $\frac{15}{17}$ в) $\frac{15}{8}$ г) друг отговор

7. зад. Най-големият ъгъл на триъгълник със страни 7 см, 8 см и 13 см е:

- а) 120° б) 150° в) 135° г) друг отговор

8. зад. Параболата $f(x) = ax^2 + bx + c$ няма общи точки с абсцисната ос и $f(1) < 0$. Вярно е че:

- а) $a > 0$ и $c > 0$ б) $a > 0$ и $c < 0$ в) $a < 0$ и $c < 0$ г) друг отговор

9. зад. Основите на равнобедрен трапец са 14 см и 2 см, а ъгълът при голямата основа е 45° . Радиусът на описаната около трапеца окръжност в сантиметри е:

- а) $\sqrt{10}$ б) 6 в) $5\sqrt{2}$ г) друг отговор

10. зад. Ако $\log_2(\log_3(\log_4 N)) = 0$, то N е:

- а) 16 б) 2 в) 1 г) друг отговор

11. Дефиниционната област на функцията $f(x) = \log_{2x-5}(-x^2 + 6x - 8)$ е:

- а) (2;4) б) (2,5;4) в) (3;4) г) друг отговор

12. В $\triangle ABC$ с $\angle C = 60^\circ$ и $AB = 10$ см., ъглополовящите се пресичат в точката O . Радиусът на описаната около $\triangle AOB$ окръжност е:

- а) 5 см б) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ см в) 20 см г) друг отговор

13. зад. Най-малката стойност на функцията $f(x) = (x^2 - 4x)^2 + 10(x^2 - 4x) + 16$ е:

- а) -4 б) -9 в) -8 г) друг отговор

14. зад. Стойността на израза $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$ е:

- а) 40 б) 28 в) $28\sqrt{2}$ г) друг отговор

15. зад. Уравнението $x|x-4| = k$ има точно три корена при:

- а) $k \in [0; 4]$ б) $k \in (0; 4]$ в) $k \in (0; +\infty)$ г) друг отговор

Отговори и кратки решения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	100	11	102	133	144	15
В	Б	Б	Б	Г	Б	А	В	В	Г	Г	Б	В	Г	Г
				$x \in [-2;1] \cup \{2\}$					4^3	$x \in (2,5;3) \cup (3;4)$			4	$a \in (0;4)$

1 зад. Повдигаме на 3-та и получаваме $20 - 14\sqrt{2}$

2 зад. $x=0$ $y=2$ $z=1$ следователно $x < z < y$

3 зад. $tg\alpha = 5$, $tg(180^\circ - \alpha) = -tg\alpha = -5$

4 зад. $2^2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \sqrt[4]{2}$

5 зад. След разлагането $(x-2)^2(x-1)(x+2) \leq 0$ и определяне знаците, получаваме $x \in [-2;1] \cup \{2\}$

6 зад. От $tg\alpha$ получаваме $\sin\alpha = \frac{8}{17}$, $\cos\alpha = -\frac{15}{17}$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha = \frac{15}{17}$

7 зад. Получаваме $\cos\gamma = -\frac{1}{2}$, т.е. $\gamma = 120^\circ$

8 зад. Параболата е изцяло под абсцисната ос, т.е. $a < 0$ и $c < 0$

9 зад. Определяне последователно височината и диагонала на трапеца $h=6$ см и $d=10$ см. От синусовата теорема намираме $R = 5\sqrt{2}$ см

10 зад. Последователно използваме определението за логаритъм и намираме $N = 64$

$$| -x^2 + 6x - 8 > 0$$

11. Решаваме системата: $| 2x - 5 > 0$ и получаваме $x \in (2,5;3) \cup (3;4)$

$$| 2x - 5 \neq 1$$

12 зад. От $\angle A + \angle B = 120^\circ$ следва, че $\angle AOB = 120^\circ$, а от синусова теорема $R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

13 зад. След полагане $t = x^2 - 4x$ получаваме функцията $g(t) = t^2 + 10t + 16$, където $t \geq -4$

Тъй като върха на параболата има абсциса $t_0 = -5$, функцията е растяща в този интервал и НМС е при $t = -4$ и $g(-4) = -8$

14 зад. След коренуване (виж зад.1) се получава $2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4$

15 зад. Графиката на функцията вляво се състои от части от две параболы $f(x) = \begin{cases} 4x-x^2, x \leq 4 \\ x^2-4x, x > 4 \end{cases}$. Графиката на правата $y = k$ ще пресича графиката на $f(x)$ в три точки, когато $a \in (0;4)$

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. „Друг отговор“ се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разделени на групи по трудности: от 1 до 3 се оценяват с по 1 точки, от 4 до 6 - с по 3 точки, от 7 до 9 - с по 5 точки, от 10 до 12 - с по 7 точки и от 13 до 15 - с по 9 точки. Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1. Общият член на редицата $2; \frac{4}{3}; \frac{6}{5}; \frac{8}{7}; \dots$ е :

а) $\frac{2}{2n-1}$	б) $\frac{6n}{2n+1}$	в) $\frac{3n}{3n-2}$	г) $\frac{2n}{2n-1}$
---------------------	----------------------	----------------------	----------------------
2. Градусната мярка на ъгъл $\frac{11\pi}{12}$ е:

а) 45°	б) 165°	в) 105°	г) 75°
-----------------	------------------	------------------	-----------------
3. Сумата на първите десет члена на аритметична прогресия, за която $a_1=3$ и $d=5$, е равна на:

а) 255	б) 246	в) 240	г) друг отговор.
--------	--------	--------	------------------
4. Квадратното уравнение с корени $\cos 30^{\circ}$ и $\operatorname{tg} 60^{\circ}$ е :

а) $2x^2 - 3\sqrt{3}x + 3 = 0$	б) $2x^2 + 3\sqrt{3}x - 3 = 0$
в) $2x^2 + 3\sqrt{3}x + 3 = 0$	г) $2x^2 - 3\sqrt{3}x - 3 = 0$
5. За аритметична прогресия $a_5 = 2, a_{40} = 142$. Намерете a_1 и d :

а) 6 и 7	б) 10 и 9	в) 32 и -5	г) друг отговор.
----------	-----------	------------	------------------
6. Модата, медианата и средноаритметичното на извадката 5,3,3,8,8,7,8,9,12,11,12 съответно са :

а) 8,8, $\frac{86}{11}$	б) 12,7, $\frac{86}{11}$	в) 3,8, $\frac{85}{11}$	г) друг отговор.
-------------------------	--------------------------	-------------------------	------------------
7. Дадена е окръжност с радиус 6. Дължината на дъгата на централен ъгъл с радианна мярка $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ е :

а) 2π	б) 3π	в) 4π	г) друг отговор.
-----------	-----------	-----------	------------------
8. Ако $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{3}$, то стойността на $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)$ е:

а) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	б) $-\frac{11}{13}$	в) $\frac{4\sqrt{3}}{13}$	г) друг отговор.
--------------------------	---------------------	---------------------------	------------------
9. За аритметична прогресия a_1, a_2, \dots, a_n е известно, че $S_n = 3n^2 - 2n$. Числото a_{12} е:

а) 66	б) 65	в) 73	г) друг отговор
-------	-------	-------	-----------------
10. Дефиниционната област на функцията $f(x) = 7x + 13\operatorname{tg} x$ е:

а) $x \neq \frac{\pi}{2}$	б) $x \neq k\frac{\pi}{2}$	в) $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$	г) друг отговор.
---------------------------	----------------------------	---------------------------------	------------------
11. Лицето на равнобедрен трапец с диагонал 8 и ъгъл между диагонал и основа 15° е равно на:

а) 10	б) 4	в) 8	г) друг отговор.
-------	------	------	------------------
12. Стойностите на първия член и частното на геометрична прогресия, за която $a_6 - a_4 = 216$ и $a_3 - a_1 = 8$ са съответно равни на:

а) -2 и 2	б) 1 и 4	в) 1 и 3	г) друг отговор
-----------	----------	----------	-----------------
13. Решенията на неравенството $(4x + 7) + (3x + 9) + (2x + 11) + \dots + (-16x + 47) < 0$ са:

а) $x > 4,5$;	б) $x < 4,5$;	в) няма решение;	г) друг отговор.
----------------	----------------	------------------	------------------
14. Ъглите в правоъгълен триъгълник образуват аритметична прогресия. Най-малката страна е 5. Медианата към най-голямата страна на триъгълника е:

а) 5	б) $5\sqrt{2}$	в) 2,5	г) друг отговор
------	----------------	--------	-----------------
15. Броят на стойностите на аргумента x в интервала $[0; 3\pi]$, за които функцията $y = \cos^2 x - 3$ приема най-голяма стойност:

а) една	б) две	в) три	г) друг отговор
---------	--------	--------	-----------------

Отговори 11 клас:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Г	Б	А	А	Г) -14 и 4	А	В	Б	Г) 67	В	Г 16	В	А	А	Г) четири.

Елизабет Игова, Ваня Цветкова

Гр. Перник

Секция "Изток" – СМБ
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.04.2014 г.
12 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Имеучилище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. При $-3 < x < 5$ изразът $\sqrt{(x-5)^2} + \sqrt{(x+3)^2}$ е тъждествено равен на:

- а) 8 б) $3x+2$ в) $2x-2$ г) друг отговор

2. Ако x_1 и x_2 са корени на квадратното уравнение $x^2 - 4x - 2 = 0$, то стойността на израза

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 2 \text{ е:}$$

- а) 8 б) -8 в) 4 г) друг отговор

3. Произведението на третия и петия член на геометрична прогресия с положителни членове е равно на 81. Четвъртия член на тази прогресия е:

- а) 8 б) 7 в) 9 г) друг отговор

4. Решения на неравенството $\sqrt{6x-x^2} < 7-x$ са:

- а) $x \in (6, 7)$ б) $x \in (6, \infty)$ в) $x \in (0, 7)$ г) друг отговор

5. От 7 различни химикалки и 4 различни молива са образувани комплекти от 2 химикалки и 2 молива. Броят на всички такива комплекти е:

- а) 42 б) 84 в) 126 г) друг отговор

6. Дефиниционната област на функцията $y = \log_7 |x^2 - 3x + 2|$ е:

- а) $x \in (-\infty, \infty)$ б) $x \in (-\infty, 1)$ в) $x \in (1, 2)$ г) друг отговор

7. В успоредника $ABCD$ диагоналът BD е 4 см, $\angle BCD = 45^\circ$, а описаната около триъгълник BCD окръжност се допира до правата AB . Лицето на успоредника $ABCD$ е:

- а) 8 см^2 б) 12 см^2 в) 16 см^2 г) друг отговор

8. Асансьор с четирима човека тръгва от партера и може да спре на шест по-горни етажа, всеки от пътниците слиза сам на етаж. Броят на начините, по които могат да слязат пътниците е:

- а) 120 б) 360 в) 720 г) друг отговор

9. Броят на решенията на уравнението $\log_{x+1}(x^2 + x - 5) = 2$ е:

- а) 1 б) 2 в) 0 г) друг отговор

10. Най- голямото число, което удовлетворява неравенството $\frac{1}{2+4\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{2-4\sqrt{4-x^2}} > \frac{1}{x}$ е:

- а) -2 б) 1 в) 2 г) друг отговор

11. Ако $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, то стойността на израза $\frac{3 \sin \alpha + 6 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + \cos \alpha}$ е:

- а) 3 б) -3 в) 2 г) друг отговор

12. Даден е равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) с височина $CH = 3\sqrt{3}$ см ($H \in AB$) и $\angle CAB = 30^\circ$. Лицето на трапеца е:

- а) 27 см^2 б) $27\sqrt{3} \text{ см}^2$ в) 34 см^2 г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да запишете. Задачите се оценяват с по 3 точки.

13. В остроъгълния равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$), $\angle BAC$ е равен на α . Височините CD ($D \in AB$) и AE ($E \in BC$) се пресичат в точка M . Да се намери отношението $AM : ME$.

Отговор:.....

14. Върху всяко от четири еднакви картончета е написана точно една от буквите П, Е, О, Л. Произволно картончетата се подреждат в редица. Да се намери вероятността да се получи думата ПОЛЕ.

Отговор:.....

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Ако x_1 и x_2 са корени на квадратното уравнение $ax^2 + 2bx + c = 0$, $a \neq 0$, да се изрази чрез реалните параметри a , b и c сумата $S = \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$.

16. В триъгълника ABC точката D е от страната BC , като $BD = k \cdot BC$ ($0 < k < 1$), а точката E е от страната AC и $ED \parallel AB$. Да се намери отношението на лицата на триъгълниците ABD и EDC .

17. Големината на два от ъглите на триъгълник се отнася както 1:3, а ъглополовящата на третия ъгъл дели лицето му на части, които се отнасят, както 2:1. Да се намерят ъглите на триъгълника.

Отговори:

1. а), 2. б), 3. в), 4. г) $x \in \left[0, \frac{10 - \sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{10 + \sqrt{2}}{2}, 6\right]$, 5. в), 6. г) $x \in (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$ 7. в),

8. б), 9. в), 10. в), 11. в), 12. б), 13. $-\frac{1}{\cos 2\alpha}$, 14. $\frac{1}{24}$, 15. $S = \frac{2b(3ac - 4b^2)}{a^2c}$, 16. $\frac{k}{(1-k)^2}$, 17.

$30^\circ, 60^\circ$ и 90° .

Решения:

15. Като използваме формулите на Виет за корените на даденото уравнение, намираме

$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{a}$ и $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. Преобразуваме израза за S и получаваме. Заместваме в S $x_1 + x_2$ и

$x_1 \cdot x_2$ с равните им и получаваме $S = \frac{2b(3ac - 4b^2)}{a^2c}$.

16. Означаваме $S_{ABC} = S$ и $\angle ABD = \beta$. От $\triangle EDC$ и $\triangle ABC$ следва, че

$$S_{EDC} = \left(\frac{CD}{CB}\right)^2 \cdot S = \left(\frac{CB - BD}{CB}\right)^2 \cdot S = (1 - k)^2 \cdot S. \text{ Тогава } S_{ABD} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot BD \cdot \sin \beta}{\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \beta} \cdot S = k \cdot S,$$

т.е. $\frac{S_{ABD}}{S_{EDC}} = \frac{k}{(1-k)^2}$

17. Нека ABC е дадения триъгълник и CD е ъглополовяща на ъгъла ACB . Означаваме

$\sphericalangle CAB = \alpha, \sphericalangle ABC = 3\alpha, S_{CDB} = S_1$ и $S_{ADC} = S_2$. Тогава $S_2 : S_1 = 2 : 1$,

$\sphericalangle ACB = 180^\circ - 4\alpha, \sphericalangle ACD = \sphericalangle BCD = 90^\circ - 2\alpha$. Тогава $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{1} = \frac{2AC \cdot CD \cdot \sin(90^\circ - 2\alpha)}{2CB \cdot CD \cdot \sin(90^\circ - 2\alpha)} = \frac{AC}{BC}$

намираме $AC = 2BC$. От синусова теорема за $\triangle ABC$ имаме $\frac{AC}{\sin 3\alpha} = \frac{BC}{\sin \alpha}$ или

$\sin 3\alpha = 2 \sin \alpha \Leftrightarrow 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha = 2 \sin \alpha \Leftrightarrow \sin \alpha (4 \sin^2 \alpha - 1) = 0$.

Като вземе предвид, че α и 3α са ъгли в триъгълник, получаваме $\alpha = 30^\circ$. Следователно ъглите на триъгълника са $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.